V FICE 11 e 12 de setembro de 2014
Feira de Iniciação Científica e Extensão

APROVEITAMENTO DE MATERIAIS NA PRODUÇÃO DE EMBALAGENS E A MATEMÁTICA

Grasiella Vieira[1]; Afrânio Austregésilo Thiel[2]

RESUMO

O presente relato traz uma experiência vivenciada com alunos do Ensino Médio (2º Ano), desenvolvida com intuito de apresentar a matemática existente no designer de embalagens. Usou-se a modelagem como metodologia, tendo em vista o aproveitamento de material na construção de embalagens no formato de um prisma de base retangular. Proporcionou-se aos alunos a interação entre a álgebra e a geometria com base na forma planificada de um paralelepípedo, elaborando uma expressão matemática que possibilitasse a determinação do volume. A atividade despertou nos alunos a motivação para observar a forma de um objeto ligando a sua capacidade de armazenagem (volume) e economia de material utilizado na construção.

Palavras-chave: Matemática. Modelagem. Embalagens. Ensino e aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A prática aqui mencionada fez-se necessária, para aplicação e experimento dos conhecimentos didáticos adquiridos nas aulas de Metodologia do Ensino da Matemática na Educação Básica – Curso Licenciatura em Matemática. Conhecimentos estes, que foram alcançados por meio de leitura e discussão de vários artigos, livros e materiais referentes às dinâmicas pedagógicas, que envolvem o ensino da matemática.

No primeiro momento, foram discutidos e analisados diferentes tipos de metodologia, como: jogos e curiosidades matemáticas, modelagem matemática, resolução de problemas, tecnologias, etnomatemática, permeados pelos fatores: motivação, desafios, conteúdo, metodologia adequada, desempenho dos alunos mediante ao método aplicado, entre outros critérios que cada acadêmico sentiu necessidade de acrescentar.

Em seguida a essas pesquisas, cada acadêmico escolheu um tema e o método que mais lhe pareceu eficaz para o ensino e a aprendizagem. Escolhendo o tema "aproveitamento de materiais na produção de embalagens e a matemática", optou-se o uso da modelagem, entendendo que ela proporciona ao aluno o uso da matemática nas mais diversas situações do cotidiano.

Almeida; Silva; Vertuan (2012, p. 17) relatam que

> A modelagem matemática constitui uma alternativa para solução de uma situação-problema por meio da matemática. Argumentamos que em atividades conduzidas segundo essa alternativa identificam-se características fundamentais: - envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo; - envolve a representação e manipulação de objetos matemáticos; - é direcionada

---

[1] Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense-Campus Camboriú. E-mail: grasills@hotmail.com
[2] Doutor em Educação Científica e Tecnológica, PPGECT-UFSC. Professor do Instituto Federal Catarinense-Campus Camboriú. E-mail: afraniothiel@ifc-camboriu.edu.br

para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno.

O conteúdo proposto sendo um assunto atual e relevante, além de desafiador pode se perceber sua utilidade no cotidiano. Ele trata da confecção de uma embalagem (caixa), de maneira que por meio do manuseio da caixa na forma planificada e montada, faz com que os alunos percebam a importância do conteúdo de áreas e volumes em sólidos geométricos, ou seja, em tudo que se queira construir, sendo significante na economia de materiais, minimizando custos e obtendo um maior aproveitamento do espaço.

Neste relato se dá a atividade de ensino e aprendizagem desenvolvida numa relação dialógica com os 32 alunos de uma turma do Ensino Médio (2º Ano) do Colégio Estadual Professor José Arantes, Camboriú – SC.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para o desenvolvimento da prática, aplicou-se como estratégia de ensino atrair a atenção dos alunos, deixando-os interessados e motivados para participar ativamente das atividades. O diálogo descontraído mostrou a importância do tema no cotidiano, tornando-os atentos em todos os passos realizados.

A atividade foi realizada envolvendo perguntas e exemplos onde se refletiu como economizar material na construção de embalagens e o melhor aproveitamento de materiais.

Enfim, o intuito da conversa serviu também, para constatar qual era a percepção dos alunos em relação ao volume de um sólido espacial, tornando visível que até o presente momento, nada tinham pensado com relação às embalagens.

Considerando esses fatores, fez-se uma revisão introdutória abordando os sólidos geométricos, características de um paralelepípedo, área e volume.

Ao término da revisão dos conteúdos os alunos mostraram-se preparados para responder o primeiro desafio. Foi entregue para cada estudante uma caixa feita com papel pardo, sem marcações e medidas, lançando o desafio: Qual será o volume desta caixa?

A proposta foi avaliar num primeiro momento, quais seriam as estratégias usadas pelos alunos na descoberta das medidas, se mediriam com a régua, se ficariam pensativos, se pensariam algo ou ficariam estáticos, enfim, qual seria a reação deles. Pensou-se que não conseguiriam concluir o desafio. Porém, pegaram a régua obtendo as medidas e calculando a área da base e o volume.

Alguns erros aconteceram como na multiplicação, no manuseio da régua ou por falta de atenção, mas em pouco tempo todos conseguiram realizar a tarefa. Completou-se com correções e explicações detalhadas no quadro, para melhor fixação, seguindo passos e a todo o momento perguntando se todos estavam compreendendo.

Concluído este desafio, os alunos receberam um papel retangular, contendo a mesma área que o papel usado na construção da caixa anterior e lançou-se outro desafio: Construir uma caixa com este papel, que comportasse a maior quantidade de volume.

Esta etapa foi um pouco mais demorada, precisou-se ir às carteiras, esclarecer as dúvidas, uns estavam mais preocupados em fazer a caixa do que com o volume, outros queriam construir a caixa com as mesmas medidas da caixa entregue anteriormente.

Ao montar as caixas e tirar as medidas para o cálculo do volume, alguns alunos foram percebendo que conforme aumentava a altura, o volume diminuía; outros disseram que mesmo variando a medida da altura o volume permanecia o mesmo; apareceram também comentários que encontravam volumes maiores. A Tabela 01 resume as informações obtidas.

Feito isso, encontramos os pontos de máximo e mínimo da função representados na Tabela 01, que será a resposta do desafio proposto. Logo, o ponto de máximo será o de maior aproveitamento de matéria; já, o ponto de mínimo é onde o volume é zero.

Tabela 01 – Volume em função da altura

a(cm)	$4a^3 - 100a^2 + 576a$ (cm^3)	V (cm^3)
1	$4(1)^3 - 100(1)^2 + 576(1)$	480
2	$4(2)^3 - 100(2)^2 + 576(2)$	784
3	$4(3)^3 - 100(3)^2 + 576(3)$	936
4	$4(4)^3 - 100(4)^2 + 576(4)$	960
5	$4(5)^3 - 100(5)^2 + 576(5)$	880
6	$4(6)^3 - 100(6)^2 + 576(6)$	720
7	$4(7)^3 - 100(7)^2 + 576(7)$	504
8	$4(8)^3 - 100(8)^2 + 576(8)$	256
9	$4(9)^3 - 100(9)^2 + 576(9)$	0

Fonte: Documento dos autores.

Buscando viabilizar qual era o consenso geral da classe, foram ouvidos alguns alunos que queriam expor suas ideias sobre o ocorrido, e gerou uma discussão positiva com várias opiniões, então voltamos ao quadro, com mais algumas explicações (Tabela 02) de como chegar à resposta correta. Assim, os alunos começaram a pensar diferente contextualizando a matemática.

Então, *o que podemos perceber nos valores do volume?*

Que o volume varia conforme se muda os valores de ***a***. Isso ocorre, porque quanto maior a altura, mais papel precisamos dobrar, tornando a caixa menor.

Olhando para a Tabela 02 pode-se constatar que quando ***a*** é igual a 4 cm o volume é o maior de todos. A princípio pode-se dizer que essa é a resposta correta. Mas será que realmente não existe outro valor de ***a*** que torne a caixa com volume ainda maior?

Observa-se o que acontece entre os valores de 3 cm, 4 cm e 5 cm. Quando passa de 3 cm para 4 cm aumenta o volume, e quando passa do 4 cm para 5cm, o volume diminui. Significa que entre esses valores, pode sim existir outro número que tenha um volume ainda maior.

Então, construindo uma nova Tabela (Tabela 02) com números decimais que estejam entre estes valores, nota-se outro detalhe: se o 4 cm é o maior volume dos números naturais , então o valor de ***a*** estará próximo deles, portanto, atribuir-se-á valores mais próximos de 4 cm.

Tabela 02 – Volume em função da altura

***a*(cm)**	**$4a^3 - 100a^2 + 576a(cm^3)$**	**$V(cm^3)$**
3,5	$4(3,5)^3 - 100(3,5)^2 + 576(3,5)$	962,5
3,6	$4(3,6)^3 - 100(3,6)^2 + 576(3,6)$	964,224
3,7	$4(3,7)^3 - 100(3,7)^2 + 576(3,7)$	964,812
3,8	$4(3,8)^3 - 100(3,8)^2 + 576(3,8)$	964,288
3,9	$4(3,9)^3 - 100(3,9)^2 + 576(3,9)$	962,676

Fonte: Documento dos autores.

Em seguida fomos para o terceiro e ultimo desafio. Entregamos um quadrado também de papel pardo com a mesma área que o retângulo que era 576 cm² e a seguinte pergunta: Tendo o papel a mesma área, seus volumes serão os mesmos?

Foi preciso seguir os mesmos passos que no retângulo, desde tirar as medidas do comprimento e largura, colocar na fórmula do volume, encontrar o modelo matemático que nos solucione a questão, atribuindo valores a altura ‘a’, analisar os resultados do volume ‘v’ e por fim descobrir qual o maior volume e quais as novas medidas da caixa.

Para saber as medidas do quadrado, podemos usar a régua, ou calcular, ficando assim:

A área de um quadrado é igual a lado x lado, ou ainda, lado², assim, temos:

$l^2 = 576\ cm^2 \Rightarrow l = \sqrt{576\ cm^2} \Rightarrow l = 24cm$

Essas são as medidas que temos no quadrado:

Comprimento = (24 – 2alturas) cm

Largura = (24 – 2 alturas) cm

Altura = *a* cm

Colocando na fórmula do volume:

$$V = [(24 - 2a)x\ (24 - 2a)]x\ a$$

$$V = [576 - 96a + 4a^2]\ x\ a$$

$$V = (576a - 96a^2 + 4a^3)\ cm^3$$

$$V = (4a^3 - 96a^2 + 576^a)\ cm^3$$

Vamos atribuir ao *a*, 3,7 e 4, que foram os principais valores no retângulo:

$$4(3,7)^3 - 96(3,7)^2 + 576(3,7) = 1019,572\ cm^3$$

$$4(4)^3 - 96(4)^2 + 576(4) = 1024\ cm^3$$

Notemos que os valores são diferentes, e que no quadrado o volume é maior que no retângulo. As medidas da caixa também mudam no quadrado. O melhor aproveitamento são 4 cm de altura. Já no retângulo, 3,7 cm de altura. Logo, aqui estão as novas medidas:

Comprimento = [24 – 2(4)] = 16 cm

Largura = [24 – 2(4)] = 16 cm

Altura = 4 cm

A intenção foi mostrar que o quadrado é sempre melhor no aproveitamento de espaços, pois preserva todos os lados iguais, assim pode-se propor algumas reflexões mostrando que isso é sempre usado na construção de casas, de canteiros e embalagens. Tudo o que se possa construir priorizando os quadrados.

RESULTADOS E DISCUSSÂO

Os obstáculos encontrados no início da atividade fizeram os alunos relembrarem a expressão matemática para o cálculo da área de uma superfície retangular, a fórmula do volume de um prisma (paralelepípedo) e trabalhar com incógnitas. Alguns alunos tiveram dificuldades em perceber que a base de um paralelepípedo é um retângulo, e que a área de um quadrado é lado vezes lado o que resulta em lado elevado ao quadrado. Na expressão cúbica, a dificuldade foi em fazer um número elevado ao cubo.

Outros alunos mostraram dificuldades no uso da régua, e muitos deles tiveram dificuldades em dobrar o papel, mas a real intenção não era a construção da caixa em si e sim os cálculos feitos para obter tais resultados.

O que pode ser mostrado com a caixa pronta é que quanto maior a altura da caixa, mais papel precisa ser dobrado o que resulta num volume menor.

No final da atividade os estudantes estavam satisfeitos, pois tinham conseguido entender a necessidade e preocupação que se deve ter na elaboração de uma embalagem, já que os fatores primordiais são economizar material na sua elaboração e que a mesma armazene um volume maior de determinado produto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando o decorrer da prática, pode-se destacar como ponto positivo o envolvimento dos alunos, pois todos participaram integralmente das atividades concluindo e respondendo aos desafios, bem como expondo suas ideias e pensamentos a respeito, visando encontrar uma resposta para as indagações feitas.

No quesito criatividade também tiveram participação efetiva tanto nas respostas como na visualização e problematização dos desafios com intuito de solucioná-los, deixando visível o comprometimento e interesse dos alunos em relação ao conteúdo de área e volume de um prisma, e do tema embalagens.

Registrou-se ainda, que foram esclarecidas as dúvidas manifestadas, sendo que em determinados momentos foi necessário revisão de conteúdos do Ensino Fundamental, observou-se nos alunos compreensão plena e sucesso na atividade teórico/prática.

O complemento dessa prática foi estendido aos acadêmicos de graduação em matemática, utilizando como caminho a resolução por meio de derivadas, tornando o conteúdo ainda mais interessante e desafiador, mostrando a importância do seu uso numa situação real. Dessa forma, o tema 'embalagens' pode ser trabalhado observando-se os diferentes níveis de conhecimento, de forma gradativa, explorando-se conceitos distintos em cada nível tanto no Ensino Fundamental - séries finais, no Ensino Médio e na Graduação.

REFERÊNCIA

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.